

*Математика —
это ключ и дверь ко всем наукам.*

Галилео Галилей

Jo Boaler

MATH-*ISH*

Finding Creativity, Diversity,
and Meaning in Mathematics

Джо Боулер

(НЕ)СТРАШНАЯ МАТЕМАТИКА

Как ее понять
и прокачать свой мозг



УДК 51:159.9

ББК 22.1+88

Б72

Jo Boaler

MATH-ISH

Finding Creativity, Diversity, and Meaning in Mathematics

Перевод с английского *Евгения Поникарова*

- Боулер Д.
Б72 (НЕ)страшная математика: как ее понять и прокачать свой мозг / Джо Боулер ; [пер. с англ. Е. В. Поникарова]. — М. : КоЛибри, Издательство АЗБУКА, 2025. — 320 с. : ил.

ISBN 978-5-389-28222-3

Математика — фундаментальная часть жизни, однако у каждого из нас свои особенности в изучении и понимании этого предмета. Работа с числами может как внушать уверенность в своих силах, так и вызывать тревогу и страх. В своей книге Джо Боулер заверяет, что любая наша эмоция на сложное задание — это ключ к раскрытию величайшего математического потенциала. Книга предлагает семь трансформирующих принципов, которые навсегда изменят подход к математике, а иллюстрации, сопровождающие книгу, помогут систематизировать новые знания. Начните свое путешествие к раскрытию потенциала с этой книгой и позвольте цифрам стать вашим проводником к вдохновению и успеху!

УДК 51:159.9

ББК 22.1+88

ISBN 978-5-389-28222-3

© Jo Boaler, 2024

© Поникаров Е. В., перевод на русский язык, 2025

© Издание на русском языке, оформление.

ООО «Издательство АЗБУКА», 2025

КоЛибри®

НОВЫЕ ОТНОШЕНИЯ С МАТЕМАТИКОЙ

Меня пригласили на ужин в дорогой ресторан: предполагалась встреча с генеральным директором крупной социальной сети и его женой. Я нервничала, оказавшись за столом роскошного ресторана, типичного дорогого заведения Кремниевой долины, размышляя, что принесет этот вечер. Организовать встречу помог один из моих друзей, который был знаком с женой генерального директора. Друг знал о моей деятельности по улучшению преподавания математики и решил, что пообщаться с таким руководителем будет полезно. После нескольких лет жизни и работы в Кремниевой долине я поняла, что подобная коммуникация — часть структуры этого региона и одна из причин развития инноваций и роста производительности.

Начало ужина обескураживало. Раньше я не сталкивалась ни с чем подобным: генеральный директор вел себя так, словно больше за столом никого не было. Он постоянно разговаривал по телефону с коллегами и деловито составлял рабочие планы, вынув из портфеля стопку рабочих документов. Такое поведение, намеренное или нет, заставляло всех нас ощущать собственную незначительность. Его жена выглядела смущенной и раз за разом бросала взгляд в сто-

рону импровизированного офиса мужа на углу нашего стола. Это продолжалось, пока не принесли еду, и директор вынужденно закончил работу. В середине ужина он признал мое существование. Оторвав глаза от еды, генеральный директор пристально посмотрел на меня и с неодобрением спросил: «Значит, вы считаете, что преподавание математики стоит менять?»

Без малейшей паузы он принялся рассказывать, как хорошо у него было с математикой, перечисляя свои многочисленные достижения в школе и в колледже. В этот момент я поняла, что разговор будет непростым. Я многие годы пыталась улучшить преподавание этого проблемного у многих предмета и знала, что люди, добившиеся в нем успеха, обычно считают, что ничего менять не нужно. В их представлении математика — дело сложное, а их собственные успехи доказывают их блестящие способности. Но вам следует знать обо мне одну вещь: я готова бороться за то, что считаю реальными проблемами, с которыми сталкиваются многие учащиеся. Я решила познакомить директора с другой математикой.



Рис. 1.1. Автор демонстрирует предложенную Рут Паркер модель увеличивающихся фигур, которая показана на рис. 1.2.

Я рассказала, что нейробиологи установили, каким образом наш мозг обрабатывает математические данные, и почему важен тот факт, что при математическом мышлении мы задействуем различные участки мозга, особенно зрительные пути. Он согласился взглянуть на диаграммы, которые я часто использую при знакомстве с новыми людьми. Я выбрала одну из своих любимых, предложенную преподавателем математики Рут Паркер (рис. 1.1 и 1.2).

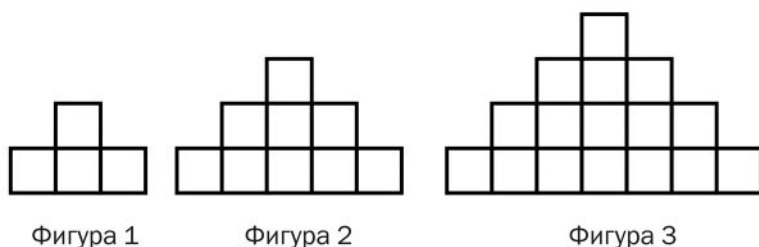


Рис. 1.2. Модель увеличивающихся фигур Рут Паркер.

Обычно такие диаграммы используются, чтобы учащиеся задумались о закономерностях увеличения числа клеток и сумели выразить их с помощью алгебраических символов. На уроках математики ученикам часто задают вопросы по типу: «Сколько квадратилов будет на фигуре 10? А на фигуре 100? А на фигуре n ?» Это хорошие вопросы, которые становятся намного понятней, когда задействовано визуальное мышление. Обычно преподаватель ожидает, что ученики нарисуют таблицу с числами, а затем будут глазеть на нее, пока не заметят какую-нибудь связь. Здесь можно обнаружить числовую закономерность: чтобы найти количество квадратилов фигуры, достаточно взять ее номер (например, 2), прибавить к нему единицу (3), а затем возвести это число в квадрат и получить 9. Прибавление единицы и возведение суммы в квадрат позволяет найти общее количество квадратилов

в любой из фигур. Алгебраически эту закономерность можно выразить как $(n + 1)^2$.

Выражение $(n + 1)^2$ является квадратичной функцией. Когда ученики работают подобным образом — манипулируют числами и символами без связей и смысла, — они упускают важные возможности для понимания математических функций. На своих занятиях я не спрашиваю, сколько квадратов в разных фигурах. Вместо этого я говорю: «В каком месте, по-вашему, увеличивается фигура? Где вы видите на ней новые квадратики?» Именно эти вопросы я и задала в тот вечер генеральному директору.

Количество квадратов в каждой фигуре

Фигура	Общее количество квадратов
1	4
2	9
3	16
4	25
n	$(n + 1)^2$

Его ответ удивил меня. Дело не в том, что генеральный директор не видел способ роста; он видел и мог его описать: новые квадраты находились на верху каждого столбца. Другие люди называют это методом «дождя»: квадраты добавляются к фигуре сверху, словно капли, падающие с неба. На рисунке 1.3 показан не только этот метод, но и другие способы, как люди воспринимают рост фигуры на диаграммах.

Но, объяснив свое восприятие, директор задал мне вопрос, который мне не доводилось слышать раньше. С искренней растерянностью в голосе он спросил: «А разве не

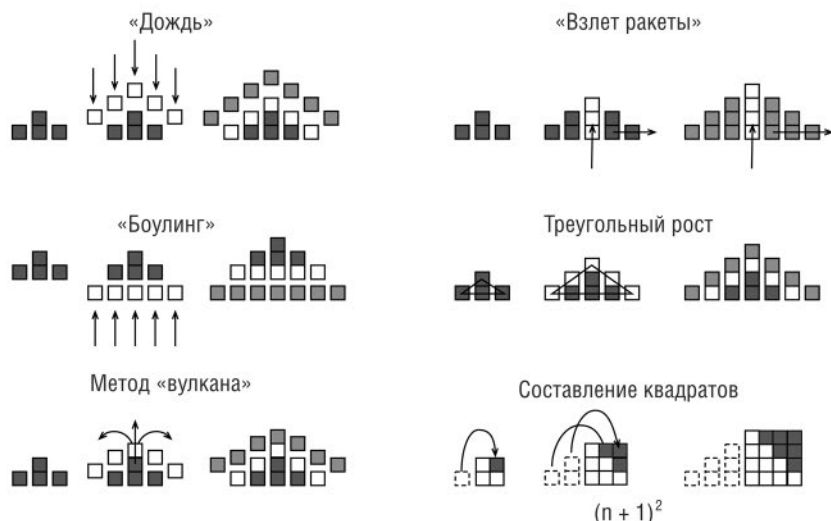


Рис. 1.3. Люди видят и описывают увеличение размеров разными способами.

все видят это именно так?» Я не стала отвечать ему «нет», а просто попросила всех людей за столом сообщить, как они видят увеличение фигуры. Оказалось, что все наблюдают рост по-разному. Директор выглядел все более шокированным, словно ему никогда не приходило в голову, что в математике существует не одно видение. Он недоуменно покачал головой. Мы завладели его вниманием.

Чтобы продвинуться дальше в математике, очень важно изменять вопросы. Когда ученики сталкиваются с узким числовым вариантом и смотрят на таблички с числами, устанавливая закономерности и подбирая алгебраические выражения, они могут прийти к $(n + 1)^2$, но они не понимают, почему это выражение работает или что оно означает. Когда мы спрашиваем учеников, каким образом они воспринимают рост фигуры, это способствует более глубокому пониманию такой функции. Они могут визуальнo проследить, что количество квадратиков растет как квадрат, который всегда

на единицу больше, чем номер фигуры. Нагляднее всего это демонстрирует последний метод на рисунке 1.3. Вот почему мы можем описать рост как $(n + 1)^2$.

Далее, в процессе ужина, я рассказала об интересующей меня ценности математического разнообразия, которое вытекает из важных нейронаучных исследований. Термин *разнообразие* означает различие, множественность. В этой книге я буду использовать термин *математическое разнообразие* для различных способов, с помощью которых мы можем смотреть на математику и изучать ее, подобно тому, как мы оперируем понятием «разнообразие людей» (расовое, культурное, социальное или любое другое). Я также буду говорить о *ish-математике**, чтобы описать способ восприятия этого предмета, который мы используем в реальном мире и который может стать мощным инструментом для развития мышления студентов. Принятие этих концепций математического разнообразия и *ish-математики* — это ключ к богатому пониманию математики, который в равной степени значим для всех, независимо от образования, пола, расовой или этнической принадлежности и так далее.

Исследования показывают, что разнообразие учащихся является важнейшим фактором для сотрудничества, решения проблем, сопереживания, успехов и многого другого¹. Ученые также пришли к выводу, что, когда математика воспринимается как предмет, на который можно смотреть по-разному и искать различные решения, это приводит к более высокой успеваемости, большей мотивации и удовольствию². Эти два аспекта разнообразия (математическое и человеческое) самостоятельны, но при этом прекрасно сочетаются, усиливая и поддерживая друг друга. Если мы хотим ценить то,

* Английский суффикс *-ish* означает как наличие свойства, так и его неполноту. Далее автор объяснит, что подразумевает под словом *math-ish*, и будет использовать *-ish* в качестве компонента других неологизмов. (Здесь и далее, если не указано иное, прим. переводчика.)

что люди думают по-разному, и поощрять это, нам следует отказаться от узкой математики — той единственной, которую знает подавляющее большинство. Напротив, мы должны принять математическое разнообразие.

В тот вечер генеральный директор был поражен многоплановым подходом, которого часто не хватает в школах и домах — а это серьезно ухудшает отношения людей с математикой. Некоторые люди могут добиться успеха, используя узкую одномерную версию математики, но даже они упускают весь спектр и силу этой науки. Когда люди вовлекаются во все многообразие, это меняет восприятие информации, с которой они сталкиваются, — числовой, пространственной или связанной с данными.

ДРУГОЙ ПУТЬ

Я профессор Стэнфордского университета, однако начинала карьеру с преподавания математики в лондонских школах. Сначала работала учительницей в Хаверстоке — средней школе в районе Камден-таун в центре Лондона³. Камден — колоритный и красивый, но недостаточно обеспеченный район; большинство учеников здесь происходят из семей, получающих материальную помощь для аренды жилья, и имеют право на бесплатное школьное питание. Когда я преподавала в Хаверстоке, ученики говорили более чем на сорока разных языках. Удивительное разнообразие.

Окончив Лондонский университет, я пошла работать в школу, преисполненная идей, каким образом показывать ученикам красоту и радость математики. Школьникам в классе было по тринадцать лет, и их только что разделили на группы по способностям. Мне досталась самая слабая — группа 4. Здесь я познакомилась с дерзкой ученицей Сью: позже я узнала, что она была на грани исключения из школы. Она открыто



Рис. 1.4. Мой первый день преподавания
в школе Хаверсток (Лондон).

не соглашалась с некоторыми идеями учителей, из-за чего ее часто отстраняли от уроков. В мой первый рабочий день Сью с фирменным нахальным выражением лица и блеском в глазах громко спросила: «А нам-то это зачем?»

Я медлила с ответом. Будучи новичком на своем первом в жизни уроке, я не знала, что сказать. Вопрос школьницы был вполне обоснован. В британской системе ученики, оказавшиеся в низких группах, могут получить на экзаменах только низкие оценки. Самая высокая оценка, на которую школьники из моего класса могли претендовать на государственных экзаменах, предстоявших через три года, — D*. Для большинства профессий и получения высшего образования требуется оценка C или выше. Если ученики слышат странный громкий звук в момент попадания в низкие группы, то это, вероятно, звук захлопывающихся дверей — дверей,

* В описываемое время школьники сдавали экзамены на аттестат со следующими возможными оценками: A, B, C, D, E, F, G. Еще ниже была оценка U, означавшая несдачу экзамена.

которые могли бы вести к более светлому будущему. В тот момент я решила, что буду обучать Сью и ее ровесников на более высоком уровне. Через три года Сью получила оценку, необходимую для карьеры, и решила учиться звукорежиссуре. Сейчас она владеет и управляет крупными музыкальными и развлекательными компаниями на Бали.

Когда Сью впервые оказалась у меня на уроке, она полагала, что не способна к математике. Ей приходилось преодолевать трудности как дома, так и в школе — включая то, что ее отнесли к самой слабой группе. Несмотря на это, она смогла преуспеть в этой науке, а вместе с тем и изменить свою жизнь. Позже она рассказывала в прессе, что до достижений в математике она считала, что никогда в жизни не добьется каких-либо значимых результатов.

За прошедшие с тех пор годы я учила многих людей тому же, чему учила школьников в Хаверстоке, — подходу к математике, который ведет к успеху. Все начинается с математического разнообразия — признания ценности разных способов смотреть на математику и думать о ней. Уже одно это способно превратить школьный предмет из узкого, негибкого занятия в разнообразный, доступный и динамичный опыт. Это также подразумевает «ish»-подход к математике, но подробнее о нем я расскажу позже.

УЗКАЯ МАТЕМАТИКА

Многие знают не понаслышке, какой вред наносит отсутствие математического разнообразия в школьной системе. Я называю это узкой математикой. В рамках этой концепции задачи имеют лишь один подходящий метод и единственный ответ. Они всегда числовые, никогда не привлекают визуальные образы, объекты, движения или творчество. Большинство людей сталкивались только с узкой математикой — именно

поэтому в нашей стране так много учеников, испытывающих страх перед этим предметом⁴. Один из примеров отрицательного влияния такого подхода мы можем найти в системе колледжей. В примечательной статье в *New York Times* журналист Кристофер Дрю рассказал, что каждый год учащиеся поступают в колледжи с четырехлетним обучением, намереваясь изучать одну из дисциплин STEM — естественные науки (*Science*), технологию (*Technology*), инженерию (*Engineering*) и математику (*Mathematics*)⁵. Однако после окончания вводного курса, который Дрю описывает как «вихрь анализа*, физики и химии», ошеломительные 60 % меняют выбранную дисциплину. Дрю цитирует Дэвида Голдберга, заслуженного профессора инженерии, который называет это «маршем смерти** в математике и естественных науках».

Дрю приводит в пример Мэтью, который в старшей школе*** занимался анализом, прошел пять курсов углубленного изучения математики и набрал 800 баллов по этому предмету в тесте SAT****. Он поступил в колледж, намереваясь стать инженером, и надеялся встретить интересный материал, на который можно смотреть под различными углами. Как будущий инже-

* Английское слово *calculus* не имеет точного соответствия в русском языке. Так называют и математический анализ в целом, и отдельные области, где мы используем термин «анализ» (например, *vector calculus* — векторный анализ) или «исчисление» (например, *differential calculus* — дифференциальное исчисление). В школе обычно ограничиваются основами интегрального и дифференциального исчисления.

** Марш смерти — пеший переход, к которому вынуждали военнопленных или заключенных.

*** Американская система образования делится на три уровня: начальная школа (1–5-й классы), средняя школа (6–8-й классы) и старшая школа (9–12-й классы).

**** SET — стандартный тест оценки готовности к высшим учебным заведениям США, который проходят старшеклассники. 800 баллов — максимальный результат по математике.



Рис. 1.5. Марш смерти в математике и естественных науках (Лондон).

нер, Мэтт ожидал, что занятия будут полностью прикладными. Вместо этого его заставляли заучивать уравнения и формулы, учеба ограничивалась лишь теоретической частью. Парень настолько разочаровался узкими способами подачи материала, что сменил свою основную специальность, выбрав психологию, где студенты могли высказывать свои идеи и рассматривать одну и ту же концепцию по-разному.

Узкая математика не только отталкивает талантливых школьников от программ STEM, но и оказывает разрушительное воздействие на студентов, которым необходимо сдавать математику для продолжения образования — вне зависимости от выбранного направления. Примерно 40% американских учащихся поступают в общественные колледжи*, где им приходится сдавать тесты по материалам курса

* Общественный колледж — учебное заведение, обучение в котором ведется по двухгодичной программе. Выпускникам таких колледжей присваивается степень ассоциата (*associate's degree*), позволяющая работать на младших должностях или продолжить обучение в университете. (Прим. ред.)



Алгебра 2*. 80 % этих людей вынуждены посещать коррекционные курсы** по математике, которые часто подают материал таким же образом, как в средней школе, — опираясь лишь на теоретическую базу, быстро и неструктурированно. В Калифорнии свыше 170 000 учащихся направляются на коррекционные курсы по математике, причем более 110 000 не справляются с ними или бросают их, из-за чего не могут продолжить обучение в колледже⁶.

Узкая математика лишает надежды и мечты миллионы студентов колледжей. Это не только проблема для молодежи, но и серьезная угроза для американского общества, ставящая под сомнение будущее экономики, развитие науки, техники, медицины и искусства⁷. Действительно, эти факты настолько драматичны, негативны и значимы, что я удивлена, почему они не побудили федеральные власти и власти штатов принять меры по запрету узкой математики, изгнав ее из старшей школы и колледжей.

* Курс Алгебра 2 в американской средней школе включает линейные уравнения, многочлены, тригонометрию, показательные и логарифмические функции и так далее.

** Курсы, помогающие ученикам, которые имеют академические недостатки или пробелы в знаниях и навыках. (Прим. ред.)

Проблема, на которую указывают приведенные факты о колледжах с двух- и четырехлетним обучением, существует во всех классах, начиная с детского сада и заканчивая колледжем: очень немногие учащиеся испытывают удовольствие от предлагаемой там математики, которая представляет собой узкую, обедненную версию этой дисциплины. По мере того как школьники переходят из класса в класс, математика становится все более узкой, и эта узость отражается на уменьшающемся количестве успешных учеников⁸.

Если же мы расширим подход к математике, соглашаясь с тем, что любую математическую мысль или концепцию можно рассматривать множеством способов, то есть преподавать математику с разнообразием, мы раскроем этот предмет для гораздо большего числа учеников⁹.

Еще в самом начале своей карьеры я знала, что существует более успешный способ преподавания и изучения математики. Но активно начала распространять эти идеи примерно десять лет назад, с появлением новой нейронауки об обучении, которая продемонстрировала, каким образом наш мозг обрабатывает математические данные¹⁰. Когда я делюсь идеями с другими людьми, я не просто сообщаю абстрактные



результаты нейронаучных исследований; я преобразую эти результаты в форму, показывающую их значение для изучения математики и — более широко — для отношений с ней. Эти идеи способны трансформировать процесс учебы и поэтому невероятно полезны для родителей, учителей и учеников. Более того, они меняют и то, как люди применяют, казалось бы, школьный предмет в своей жизни. Математика может оказаться секретным оружием, невероятным инструментом, которым способен воспользоваться каждый из нас, однако зачастую мы делаем это недостаточно эффективно. Если вы хотите жить полной жизнью, максимально используя математический объектив, через который можно рассматривать мир, я приглашаю вас повысить свою мощность, подходя к математике и жизни посредством математического разнообразия и *ish*-математики.

ГЛОБАЛЬНАЯ КУЛЬТУРНАЯ ПРОБЛЕМА

Идеи, которые я излагаю в этой книге, помогли не только тем, кто плохо успевал по математике. Я уже много лет учу студентов в Стэнфорде, и у большинства из них плохие отношения с этим предметом. Они достаточно успешно усваивают материал, но воспринимают его как набор процедур, которые нужно исполнять в быстром темпе. Когда я показываю им, что математика может быть прямой противоположностью — комплексом взаимосвязанных творческих идей, которые можно медленно обдумывать, — они удивляются и приходят в восторг¹¹. Студенты говорят мне, что никогда не захотят вернуться к той узкой, основанной на скорости математике, которую они знали раньше.

Лишь немногие видят и воспринимают разнообразие математики, тогда как последствия плохого преподавания реальны для миллионов людей по всему миру. В большинстве



стран от 10 до 40% взрослых не разбираются в математике и стараются ее избегать¹². Они оказываются в уязвимом положении всякий раз, когда им нужно прочесть график, диаграмму, таблицу или набор цифр. Многие из них живут в бедности, а неравенство в системе образования и обществе лишает их возможности учиться и улучшать свою жизнь. К сожалению, именно те люди, которым больше всего нужны математическая уверенность и знания, часто не имеют доступа к хорошему математическому образованию, поэтому перед ними закрыты многие карьерные пути¹³. Освоение математики может помочь молодежи выбраться из нищеты и обеспечить им полноценную жизнь¹⁴.

Плохие отношения с математикой у многих людей складываются не только из-за отсутствия разнообразия на уроках, но и потому, что она чаще всего используется для выставления оценок. Математика — самый перегружаемый тестами предмет в учебной программе, и к ней нередко обращаются для ранжирования учеников, а порой и для определения их ценности как людей. Ученики зачастую даже не думают о математике как таковой; они могут думать лишь об оценках по ней. Еще хуже то, что такое тестирование

Научно-популярное издание
Танымал ғылыми басылым

Боулер Джо
(НЕ)страшная математика:
как ее понять
и прокачать свой мозг

Заведующая редакцией *О. Ро*
Ответственный редактор *А. Никтовенко*
Научный редактор *М. Подаев*
Художественный редактор *М. Левыкин*
Технический редактор *Л. Синицына*
Корректоры *И. Малыгина, П. Шевнина, А. Конкина*
Верстка *В. Ермак*

Подписано в печать / Баспаға қол қойылды 03.07.2025.
Формат 60×90^{1/16}. Бумага офсетная. Гарнитура «PF Centro Serif Pro».
Печать офсетная. Усл. печ. л. 20,0.
Тираж 2000 экз. О-SCI-37239-01-R. Заказ №

Изготовитель:	Өндіруші:
ООО «Издательство АЗБУКА» –	«АЗБУКА Баспасы» ЖШҚ –
обладатель товарного знака Колибри	Колибри тауар белгісінің иесі
115093, Москва, вн. тер. г.	115093, Мәскеу, қ. іш. аум.
муниципальный округ Даниловский,	Даниловский муниципалдық округі,
пер. Партийный, д. 1, к. 25	Партийный т.ш., 1-үй, к. 25
Тел. (495) 933-76-01, факс (495) 933-76-19	Тел. (495) 933-76-01, факс (495) 933-76-19
E-mail: sales@atticus-group.ru	Эл. поштасы: sales@atticus-group.ru
Филиал ООО «Издательство АЗБУКА»	Санкт-Петербург қаласындағы
в г. Санкт-Петербурге	«АЗБУКА Баспасы» ЖШҚ филиалы
191024, Санкт-Петербург,	191024, Санкт-Петербург,
Херсонская ул., д. 12–14, лит. А	Херсон көшесі, 12–14 үй, лит. А
Тел. (812) 327-04-55	Тел. (812) 327-04-55
E-mail: trade@azbooka.spb.ru	Эл. поштасы: trade@azbooka.spb.ru
www.azbooka.ru; www.atticus-group.ru	www.azbooka.ru; www.atticus-group.ru

Отпечатано в России. Ресейде басып шығарылған.

Сведения о подтверждении соответствия издания согласно законодательству РФ
о техническом регулировании можно получить по адресу:
<https://certification.atticus-group.ru/>.

Техникалық реттеу туралы РФ заңнамасына сай басылымның сәйкестігін
растау туралы мәліметтерді мына адрес бойынша алуға болады:
<https://certification.atticus-group.ru/>.

Знак информационной продукции
(Федеральный закон № 436-ФЗ от 29.12.2010 г.)
Ақпараттық өнім белгісі (29.12.2010 ж. № 436-ФЗ федералдық заң)

